



寿命分布を伴うストックとフローへの システム・ダイナミクスモデルの適用

Application of system dynamics model to the stock and flow with a life time distribution

重野 芳人 (Yoshihito Shigeno) 秦 燕春 (QinYan Chun)

東北大学大学院国際文化研究科

shigeno@intcul.tohoku.ac.jp

Abstract: Analysis of the material flow with a life time distribution is generally conducted by the use of the population balance model which has been developed in chemical engineering. This method is recently used for analyzing the problems in social sciences e.g., for calculating the stock of a single electrical appliance in a market. In this case, the calculation is conducted algebraically based on programming. However, the material flow of elements consisting of a consuming commodity in a market is generally by far the more complex than that of a single electrical appliance; the flow often consists of various circulations and its exit usually connects with another circulation entrance. In such a case, the analysis by the use of popular system dynamics software like STELLA/i-think is more flexible than with an algebraic computation. However, the system dynamics has not been used in this analysis due to the difficulty that exists in summing double series and treating discrete values. In this study, we made the specific algorithm which can summate the double series and treat discrete values. Good accordance of the result of this method with that by the algebraic computation shows the validity of the present algorithm. This algorithm is expected to be the useful component for constructing the comprehensive system dynamics model for social sciences.

キーワード：システムダイナミクス ポピュレーションバランスモデル マテリアルフロー 寿命分布 市場
離散値 オープン 配列 社会科学 Stella

要旨: 寿命分布を有するマテリアルフロー解析は、一般的に化学工学分野で発展した POPULATION BALANCE MODEL (以後 PBM と略記) を用いて行われる [1]。化学工学では反応容器に流体あるいは粒子が一定時間寿命分布に従って滞留した後、容器から流出する。PBM を使用することにより、反応容器の input と output の情報からブラックボックスである容器内の流体や粒子の合体、離散、成長、反応等を解析する [2]。最近ではこの方法は社会科学の解析手法としても使用され、例えば電化製品の流通寿命の解析といった市場でのマテリアルフローの解析にも応用されている [3]。ただし、市場における実際の耐久消費財のフローはこれよりも遙かに複雑である。このフローは通常リサイクルを伴う循環流 [4] であり、また製品や物質の一部は別の製品のリサイクルのフローに入る場合も多い。このように複雑なマテリアルフローの解析はプログラムによる直接計算よりも、システムダイナミクス(以後 SD と略記) 汎用ソフトを利用し計算した方がより柔軟に対応可能である。しかし PBM は離散値および 2 つの独立変数による二重級数和を扱うため、SD には適用が困難であり、利用されなかった。本研究では汎用ソフト Stella/i-think [5] (以後 Stella と略記) の「オープン」の機能を利用し、連続値を年ごとの離散値に分離し、離散値の二重級数和の計算を「配列」を利用することにより実行可能なアルゴリズムを考案した。この方法による結果を従来の PBM による計算結果と比較し、本方法の妥当性を検証し、より複雑なフロー解析へ応用可能な手法を提案した。

1. 目的

工学分野のみならず、社会科学が取り扱う分野においてもフローの解析に寿命分布を考慮する必要がある

場合が非常に多い。例えば耐久財や素材の市場循環はその典型である。この場合フローが寿命分布を有し、寿命の長短がフローのアウトプットに大きな影響を及ぼす。また人の寿命の解析 [6] もその範疇に入る。モデルにより因果関係を考察する場合は、フローのパスの接続を様々に変えたり、種々の条件を変化させながら問題の解析を行うのが一般的であるが、複雑なモデルになれば一層 SD を用いる方が生産的である。最近、社会での環境意識の高まりから、マテリアルフロー解析に基づく建造物、工業製品、素材の社会ストックの量を PBM で計算する研究が増えており [7] 特に社会制度の変化により寿命分布が不連続に変わる [8] といった問題が注目されている。本モデルを使用した場合、寿命分布が年毎に変化する場合、あるいはその分布が数値あるいは関数のいずれかで与えられた場合でも直ちに結果を得られるという特徴がある。将来予想をする場合、経済活動、環境評価、人口といった因子も加えた統合的モデルとなり、SD が有効な手段となりうる。ただし本モデルのように連続値を離散値として近似的に用いる場合は計算精度に注意する必要がある、本論文においても代数計算による結果との比較を行った。また通常 SD で解析されるフィードバックのある流れ、例えば「資源枯渇によるインプットの減少」といったような場合にも本モデルを適用できる [9]。具体的応用例として、図 1 に鉄鋼スクラップのリサイクルを示した。鉄鋼材料は土木構造物、建築用鉄骨あるいは車、車両や船といった交通車両等に使用され、市場内を循環する。これらの鉄鋼材料の寿命は鉄鋼材料としての寿命ではなく、鉄鋼材料を構成要素とする構造物の社会的寿命により決定され、長期のものでは土木構造物の 70~80 年、短期のものでは車の数年と様々である。廃棄された鉄鋼材料は大部分はリサイクルされるが、一部は埋め立てに回される。一度使用された鉄鋼材料は不純物濃度が上昇するために品質が低下するため一般に土木工事用の安価な材料として使用される。このようにマテリアルフローは様々な寿命を有し、寿命そのものも建築・製造時期により変化する。またリサイクル循環フローのパスも材料の純度により変化する。このように社会科学で扱うフローは複雑であり、プログラミングによる PBM 計算は生産的ではなく、本研究で提案するアルゴリズムを各市場の構成要素に適用し、SD で柔軟に対処するのが、プロセス全体を考察する上で必要である。

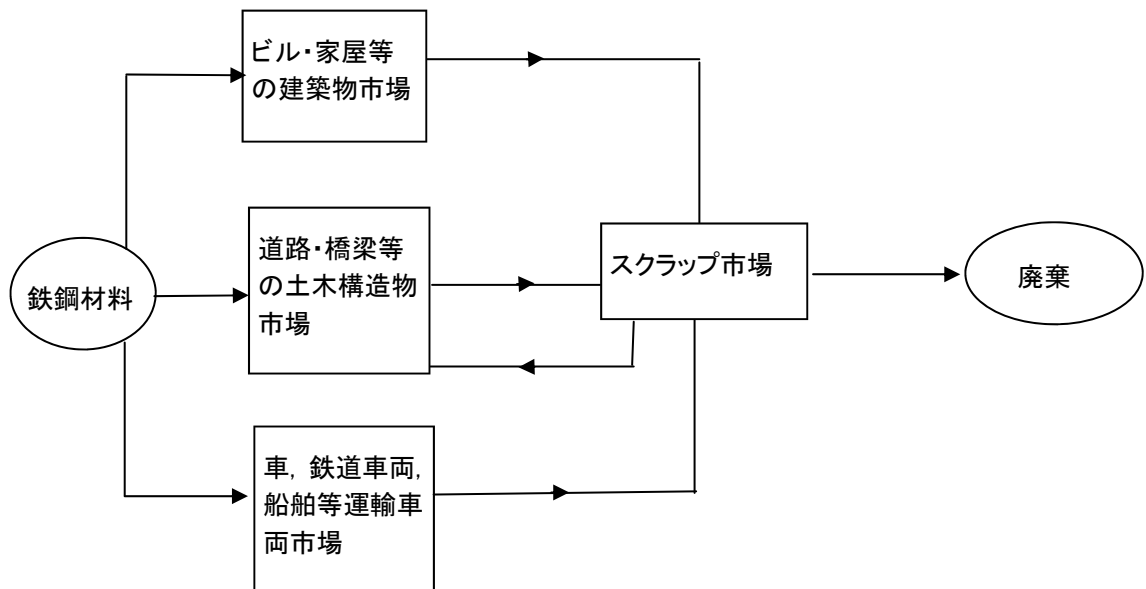


図 1 スクラップ市場におけるマテリアルフロー

2. ポピュレーションバランスモデル

製品の使用年数を a 、製品の寿命分布を $g(a)$ とするとある時刻(年) : t における排出速度 N_{out} は流入速度 $N_{in}(t-a)$ と寿命分布 $g(a)$ の積の総和を示す式(1)で示される。ここで a_{max} は製品の最大寿命を示す。残存量(市場に残っている量) N_{use} は過去の生産開始時点から目的とする時刻 t までの流入積算量から積算流出量を引いた値である。SD の場合、積算量はストックで表されるので特別のアルゴリズムは不要であり、式(1)

を直接用いて計算される。代数計算の場合は、式(1) はいくつかの代数計算を経て最終的に式(2)のように整理される。ここで t_s は任意に選んだ開始時刻であり、それ以前では $N_{in}(t)=0$ とする。また x は $t_s < x < t$ を満たす時間変数である。

$$N_{out}(t) = \sum_{a=0}^{a_{max}} N_{in}(t-a)g(a) \quad (1)$$

$$N_{use}(t) = \sum_{x=t_s}^t N_{in}(x) \left(1 - \sum_{a=0}^{t-x} g(a)\right) \quad (2)$$

式(2)の右辺 $\sum_{a=0}^{t-x} g(a)$ はこの場合は GAMMA 分布関数の累積値を示し、表計算ソフトで容易に計算可能で

あるため、本研究では VBA (Visual Basic Application) を使用し、結果を求めた。APPENDIX 1 にプログラムを示す。VBA と Stella による計算結果を APPENDIX 2 の表 1 に示す。ここで GAMMA 分布関数のパラメータ $\alpha=5.5$ $\beta=2$ を採用した [3]。寿命分布関数の実測データから a_{max} は 24 年とし、以下のシステムダイナミクス計算においても寿命分布を 24 の離散値とした。

3. 寿命分布を考慮したシステムダイナミクスモデルのアルゴリズム

SD では独立変数(通常時刻)が 1 つであるが、PBM では 2 つの独立変数(t と a)があり、式(1)に示すようにある年度 t における流出速度は t を一定として流入速度 $N_{in}(t-a)$ と $g(a)$ の $a=0$ から a_{max} まで変化させた場合の積の級数和の計算が各年度で必要である。この級数和の計算を配列(脚注 1)を用いて行った。図 2 には式 1 を SD で求める場合の考え方を図示した。ある時刻 t における $g(0)$ と $N_{in}(t)$ 、 $g(1)$ と $N_{in}(t-1)$ 、 $g(2)$ と $N_{in}(t-2)$ 、 \dots $g(a_{max})$ と $N_{in}(t-a_{max})$ の各々の積の和を求める場合、寿命分布曲線は $a=0$ から a_{max} まで 1 年ずつ進めた場合の $g(a)$ の値は、 $g(a)$ を 1 年ごとに発生させ、それを順次 1 年ずつ遅らせた分布曲線とそれぞれ時刻 t における \circ で示す点で表すことができ、対応する $N_{in}(t-a)$ は初期値をそのまま時刻 t まで保持した水平線と時刻 t の垂線と交わる \bullet で示す値で表すことができる。計算によるステップ状の折れ線は後述の図 8 に示す。順次 1 年ずつ遅らせる操作は DELAY 関数(脚注 2)により行い、結果の $g(a)$ 、 $N_{in}(t-a)$ の値はストックの配列に格納する。

それぞれの積の値をプロットしたのが図 3 である。また実際の計算を後述する図 9 に示す。式 1 における時刻での流出速度 $N_{out}(t)$ は図 4 の各々の寿命分布曲線が重なった山の高さの合計となる。更に PBM では式 2 で残存量を求めるが、システムダイナミクスではこの計算は自動的に行われストックが残存量を示す。式 2 における右辺の $N_{in}(x) \left(1 - \sum_{a=0}^{t-x} g(a)\right)$ がそれぞれの曲線を示し、各時刻毎の合計値が残存量を示す。この概念図を図 4 に、また実際の計算結果の一部を後述する図 10 に示す。

脚注

1. 配列: 同じモデル構造が何度も繰り返しをされるととき、一つの構造で繰り返しをする機能である。パイプダイアグラム上ではそれらを 1 つにまとめ、重なったストックあるいはフローの配列ブロックで表示する。

2. DELAY 関数: DELAY(f, p) で入力 f を時間 p 遅延させた値を返す。 $\sum_{a=0}^{t-x} g(a)$

流入速度と
寿命分布

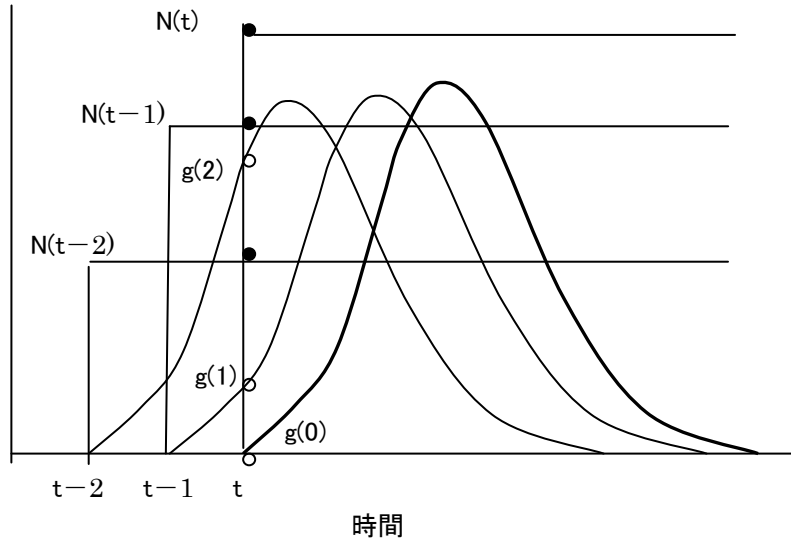


図2 式1の概念図： 時刻 t での寿命分布関数と流入量

流入速度
と寿命分
布の積

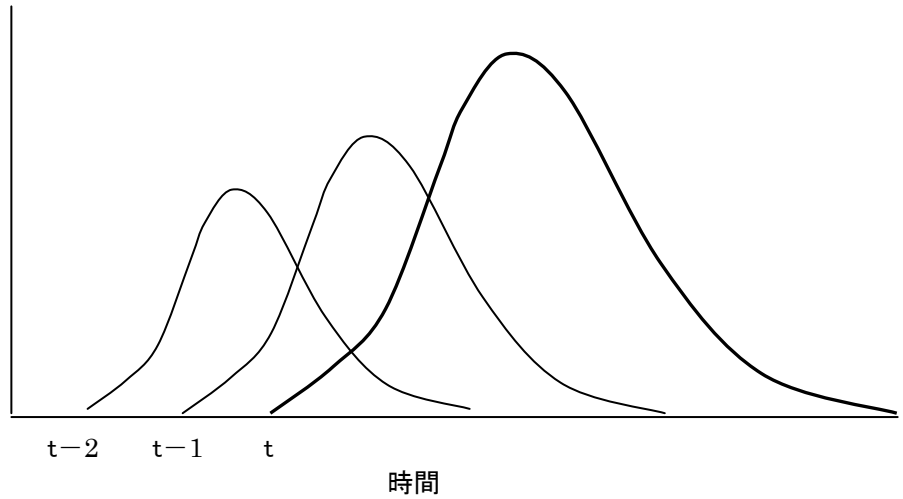


図3 式1の概念図： 時刻 t での寿命分布関数と流入量の積

ストック

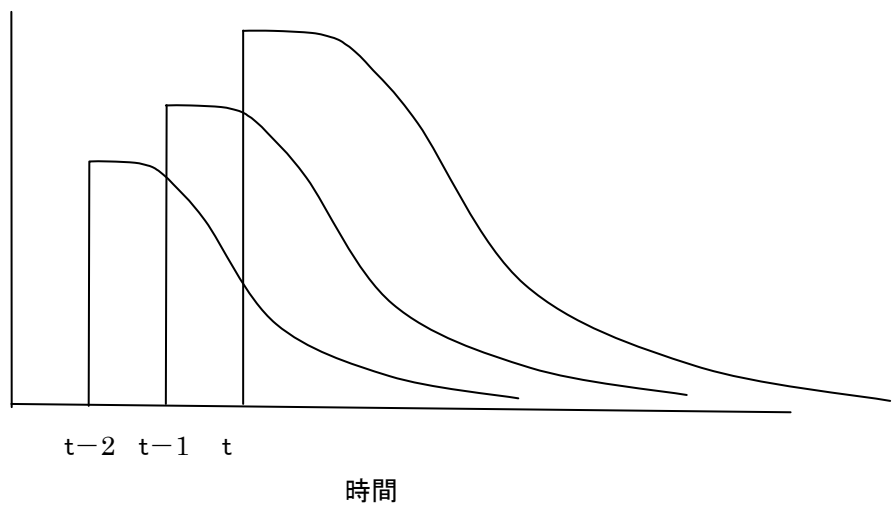


図4 式2の概念図： 各時刻 t における残存量の時間変化

図5には本報告で用いたシステムダイナミクスモデルのパイプダイアグラム(脚注3)を示す。またモデルの考え方を容易に理解できるように、同図にはフローの各地点におけるデータの形状を示すアイコンを併記し、同時に本文中の図との関連も示した。本モデルでは計算の時間増分を最小値、DT=1/1000とした。実際のプログラムはAPPENDIX 3に示す。

本報告では図6に示した足立等[3]が使用したエアコンの年度ごとの出荷台数をinputデータとして使用した。この図は各年度末の出荷合計台数を直線で結んだものである。これを一旦オープン(脚注4)を通過させ、図5の「ovenからの流出」に1年毎に流出データを分離する条件(脚注5)を適用し、図7に示すように流出データを年ごとのパルスに変換する。このパルスを分離リザーバに流入させ、時間で積分した結果を「分離リザーバ流入」と「分離リザーバ流入2」の2つの流れに均等に分離する。分離したのは後述するように積分結果を2度利用するためである。この場合24の独立したデータに配列を適用し処理した。この結果を図8に示す。図7のパルスが図8ではステップに変化しているのが分かる。このエアコンの寿命分布関数はGAMMA分布関数で表され、図5の下段にある雲マークからこの寿命分布をinputする。この場合年度ごとの分布は変わらないと仮定した。分布関数は年度ごとに時間遅れ関数として最下段の最も右側から雲マークに流出するが、途中で時間遅れ寿命分布としてサンプリングを行う。この場合時間遅れ関数(DELAY関数)を使用して、1年ずつ流出を遅らせる。さらにこの分布に年度毎の流入量との積を示したのが図9で「寿命分布を伴う排出」を示す。1年毎に流出分布がずれており、曲線の左端のx軸との交点の年が生産年となる。一方、分離リザーバ流入2からの流れは図8に示すステップ状の関数であり、時間変化をしない初期値(各年毎の生産量)を維持する。各年毎にこの初期値と寿命分布の積だけoutput(廃棄)となるので、各年度毎の

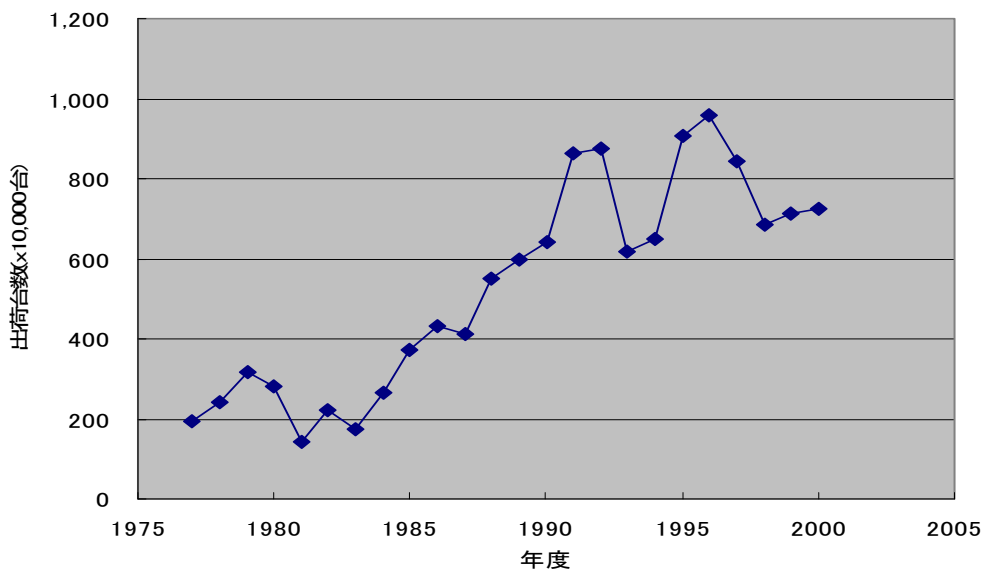


図6 input data: エアコンの年度ごとの出荷台数 足立等 [3]

脚注

- パイプダイアグラム: Stella のフローダイアグラム。栓のマークが付いた矢印は流れ(フロー)を示し、四角は蓄積(ストック)を示す。雲のマークは流れの出発点(あるいは終点)を示しており、input は雲より流入する。
- オープン: フローを離散値にするバッチプロセス。ある一定の充填時間の後クックタイムの間保持し、その後内容を即座に排出する。クック時間は本来1にすべきであるが、分離計算に一部支障が出るため、便宜上本論文ではクック時間を0.999、充填時間を0.001の条件を採用した。
- 分離リザーバ流入0と2でi=0から23まで IF(TIME)>=i AND TIME<i+1) then ovenからの流出/2 else 0 の条件でフローを分岐した。

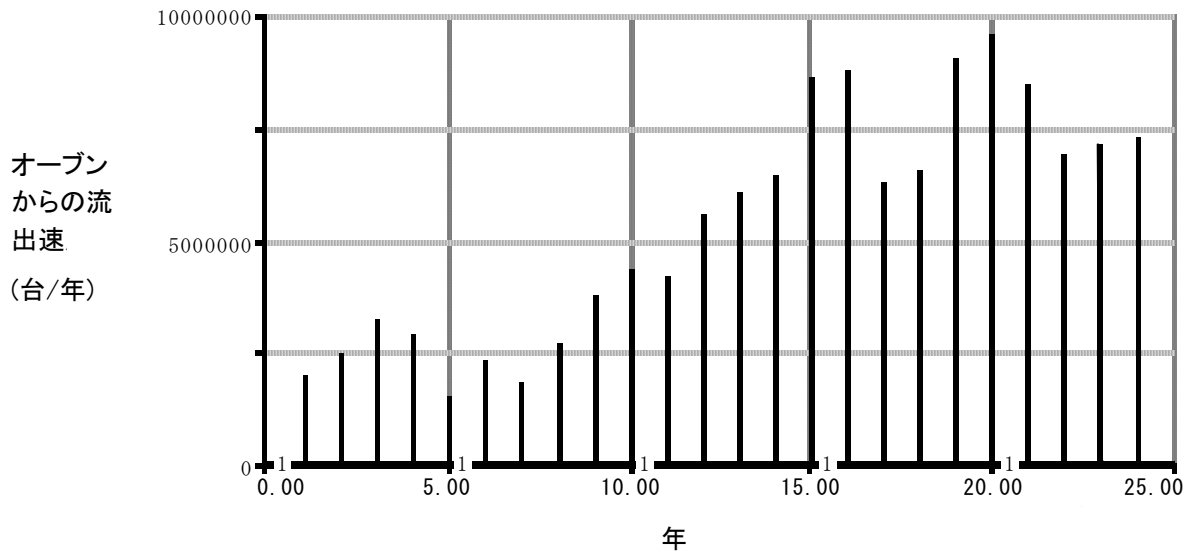


図7 オープンにより連続値から離散値に変換されたオープンからのパルス状流出データ

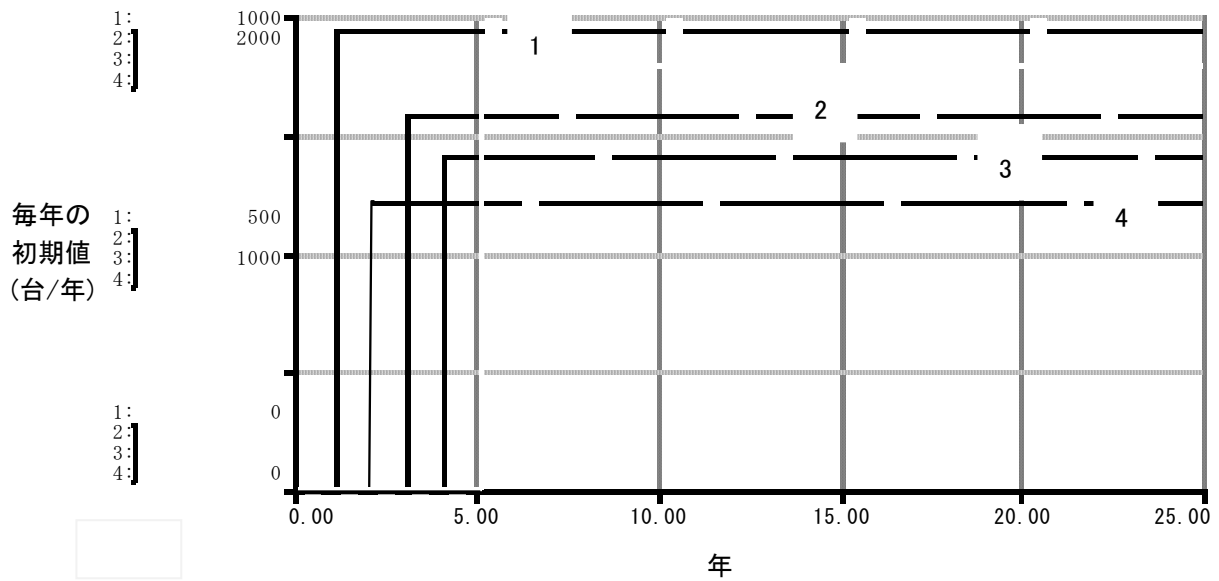


図8 分離リザーバ流入後パルスからステップ状に変換された毎年の初期値 (最初の4年)

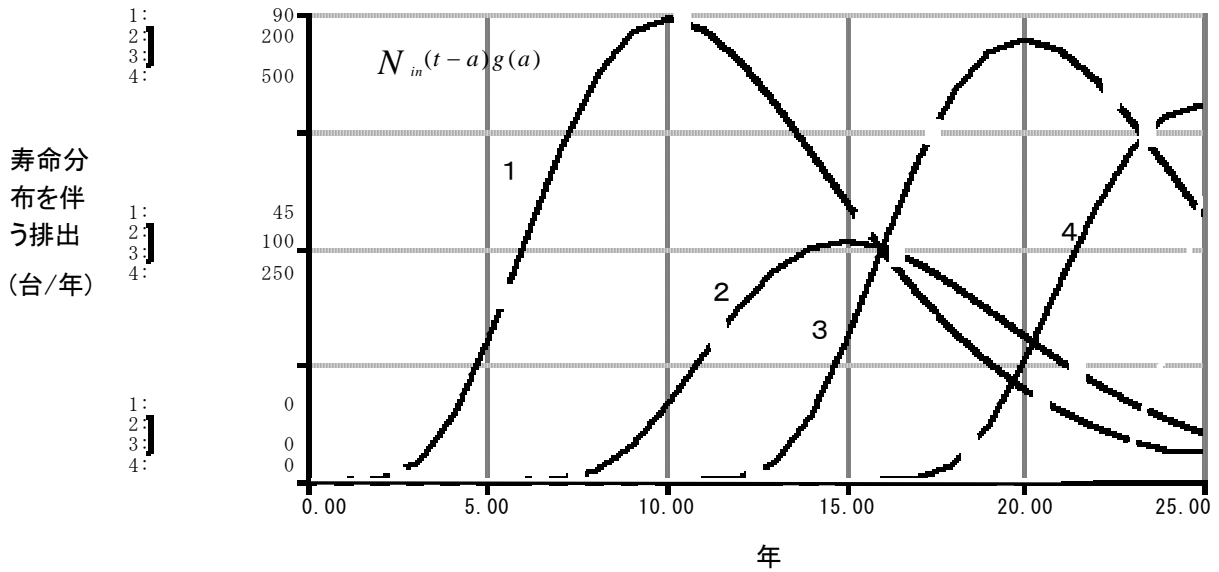


図9 寿命分布を伴う排出 (5年ごとのデータを抽出)

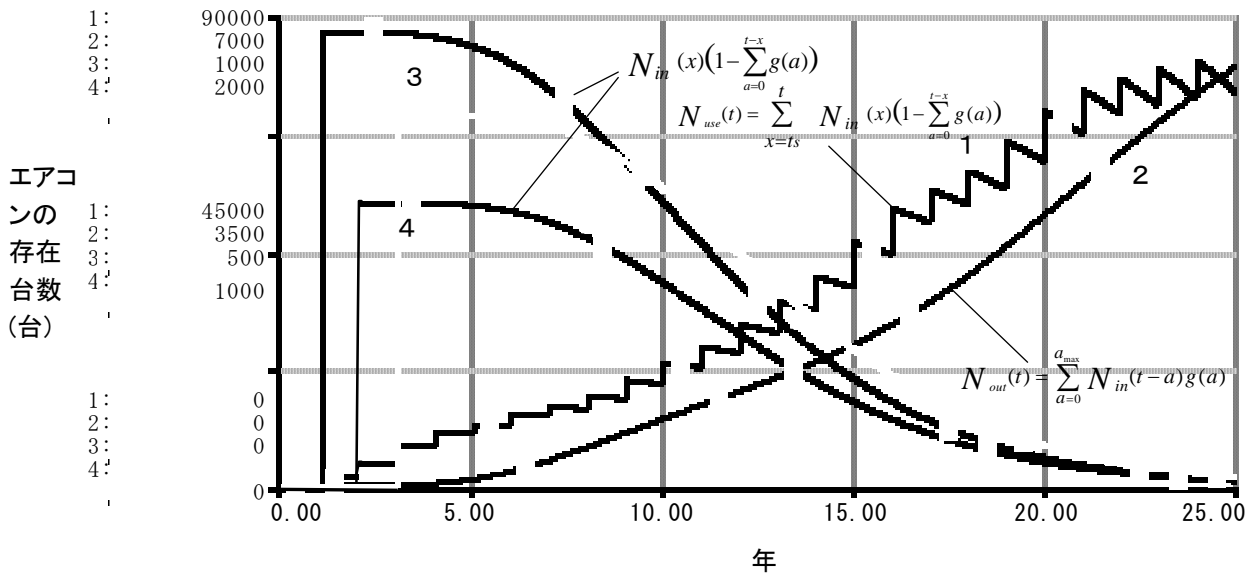


図10 エアコンの生産年ごとの存在台数およびその合計値

1. 年度ごとの残存量合計 2. 年度毎の排出合計 3,4 年度毎の残存量

残存量は 初期値-初期値×寿命分布で求めることができる。各年毎にその時間変化を示したのが、図 10 である。さらに 24 の年度ごとのデータを合計し、それを図 10 ののこぎり状の線で示した。この図には参考のために最初の 2 年間の各年度毎の残存量曲線と年度ごとの廃棄量の合計値を示す曲線も示した。

4. 考察

図 10 に示すエアコンの年度ごとの残存量合計の、“のこぎりの刃”状の先端の値をプロットし、PBM の VBA(Excel)による計算結果と比較したのが図 11 である。この図では両者は重なるため一本の曲線に見える。図 10 で、“のこぎりの刃”状になる理由は、年度ごとの残存量を各ステップ状の離散値から寿命分布の離散値を直線で結んだ連続値を引いているため、各年と年の間で誤差が生ずるためである。図 10 に示すように年度毎の残存量は連続して減少するが、各年の最初にはこの年の正確な離散値が計算されるため、それらの合計は年度の境界(DT=1/1000 の差)で不連続となる。従って図 11 にはのこぎりの刃状の先端の値をプロットしたが、これが正しい値を示す。また、本モデルでは、脚注 4 に示すようにオープンのカック時間を 1 よりわずかに短い時間を採用しているため、これに起因する可能性のある誤差の評価が必要であるが、APPENDIX 2 に示すように図 11 の数値の比較を行ったところ、両者は有効数字 3 桁まで完全に一致し、本方法の有効性を確認出来た。

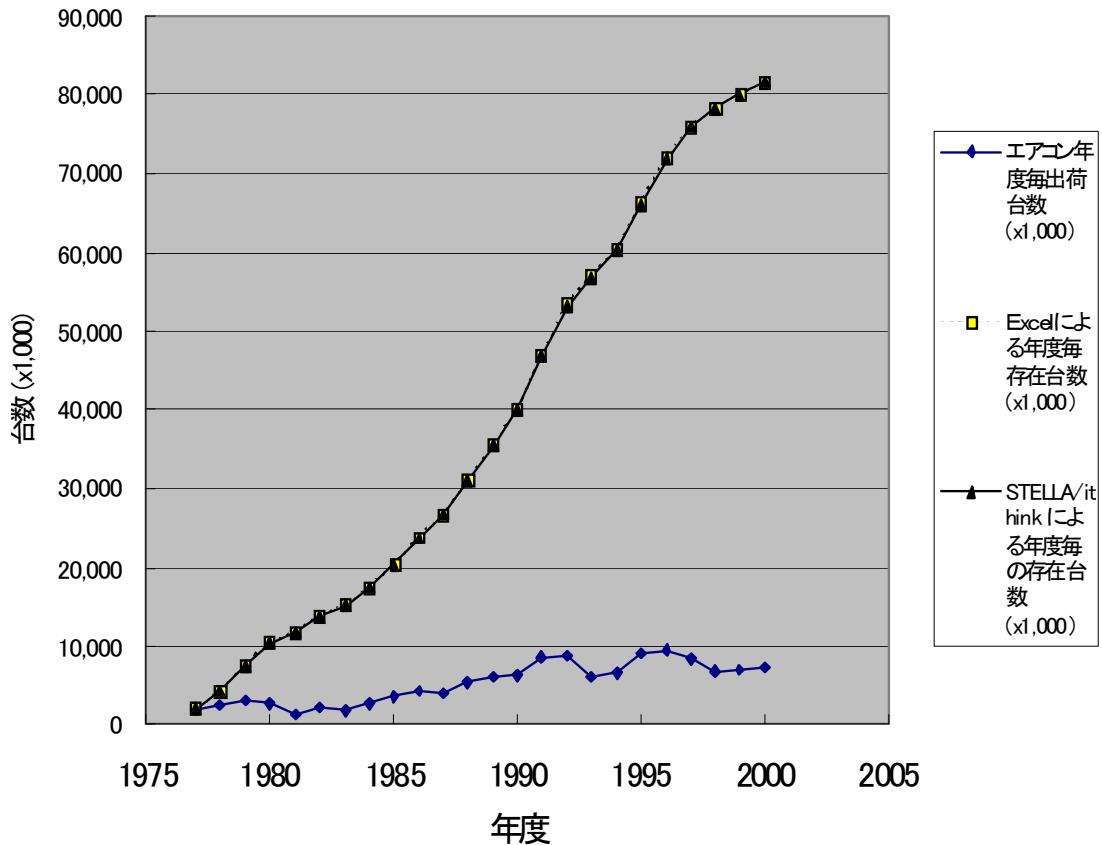


図 11 エアコンの存在台数の変化： VBA(Excel)と Stella/i-think によるポピュレーションバランス計算結果の比較

5. 結論

5. 1 寿命分布を有するマテリアルフローの計算には POPULATION BALANCE MODEL(PBM)が一般的に使用されるが、結果を求めるのは代数計算 (プログラミング) による。単純なフローの場合は可能であるが、社会科学の対象となる複雑なマテリアルフローの計算をプログラミングで行うのは生産的ではな

い。しかし、システムダイナミクスを使用すれば柔軟にこの問題に対処可能である。そのため本研究では寿命分布を有するストックとフローのシステムダイナミクスによる PBM を構築するための構成要素としての新たなアルゴリズムを提案した。

5. 2 本方法による結果とプログラミングによる結果を比較したところ、両者は良く一致したので、本方法の妥当性を確認できた。今後このモデルを組み合わせ、リサイクルを含む複雑なマテリアルフローの総合的システム・ダイナミクスモデルの構築が可能であり、社会科学的研究の重要な手段の一つになることが期待できる。

参考文献

- [1] Hounslow, M. J., Ryall, R. L. and Marshall, V. R. : “A Discretized Population Balance for Nucleation, Growth, and Aggregation”, *AIChE Journal*, vol. 34, pp.1821-1832, 2004.
- [2] Junwei, Su, Zhaolin, Gu, Yun, Li, Shinyu, Feng and Yun, Xu: “Solution of Population Balance Equation using Quadrature Method of Moments with an Adjustable Factor”, *Chem. Eng. Science*, 62, p.5897, 2007.
- [3] 足立芳寛, 松野泰也, 醍醐市朗, 滝口博明: 「環境システム工学」, 東京大学出版会, p.165, 2004.
- [4] 環境省 総合環境政策曲環境計画課 (編集): 「環境統計集」(平成16年版) ぎょうせい, 2004.
- [5] Richmond, B. M.: 「システム思考入門 I」, カットシステム, 2004.
- [6] 古川俊之: 「行動計量学シリーズ13 寿命の数理」, 第4章, pp.48-131, 朝倉書店, 1996.
- [7] Daigo, I., Igarashi, Y., Matsuno, Y. and Adachi, Y.: “Accounting for Steel Stock in Japan, *ISIJ International*”, 47(7), pp.1064-1068, 2007.
- [8] 山田宏之, 醍醐市郎, 松野泰也, 足立芳寛: “廃棄が促進される製品の排出量予測(地上アナログ放送停波を考慮したカラーテレビ排出量予測)”, *廃棄物学会論文誌*, vol.18, No.3, pp.194-204, 2007.
- [9] Meadows, D. H., Meadows, D. L. and Randers, J.: 茅陽一監訳 「限界を超えて」, ダイヤモンド社, pp.83-109, 1999.

APPENDIX 1

VBA プログラム

```
Dim S As String
```

```
Dim InS As Integer
```

```
S = InputBox("経過年")
```

```
InS = Val(S)
```

```
Dim Total, Total1, i, j, k, l, m As Integer
```

一行目の表題の表示

```
Range("A1").Value = "出荷年"
```

```
Range("B1").Value = "エアコン出荷台数"
```

```
Range("C1").Value = "使用年"
```

```
Range("D1").Value = "GAMMA 分布"
```

```
Range("E1").Value = " $\alpha$ "
```

```
Range("F1").Value = " $\beta$ "
```

```
Range("G1").Value = "年度 Y における出荷年度 M 別の廃棄台数"
```

```
Range("H1").Value = "年度 Y における廃棄台数"
```

```
Range("I1").Value = "チェックのためのj"  
Range("J1").Value = "GAMMA 分布関数累積値 (=廃棄率)"  
Range("K1").Value = "年度 Y における出荷年度 M 別の存在台数"  
Range("L1").Value = "年度 Y における存在台数合計値"
```

```
'使用年を 1 年ずつ減少させる loop の繰り返し  
For j = 1 To InS 'InS は 24
```

```
' 使用年数の連続データの設定
```

```
For k = 1 To j  
Cells(k + 1, 3).Value = j - k  
Next k
```

```
' 廃棄台数の計算=GAMMA 分布の値 x エアコン出荷台数
```

```
' 廃棄率=GAMMA 分布関数積算率
```

```
' 存在台数=生産台数 X (1-廃棄率)
```

```
For l = 2 To j + 1
```

```
Cells(l, 4).Value = Application.WorksheetFunction.GammaDist(Cells(l, 3).Value, _ Cells(l, 5).Value, Cells(l,  
6).Value, 0)
```

```
Cells(l, 7).Value = Cells(l, 2).Value * Cells(l, 4).Value ' 廃棄台数の計算
```

```
Cells(l,10).Value = Application.WorksheetFunction.GammaDist(Cells(l, 3).Value, _ Cells(l, 5).Value, Cells(l,  
6).Value, 1) ' 廃棄率=GAMMA 分布関数積算率
```

```
Cells(l, 11).Value = Cells(l, 2).Value * (1 - Cells(l, 10).Value) ' 存在台数=生産台数 X (1-廃棄率)
```

```
Next l
```

```
' 年度 Y における出荷年度 M 別の廃棄台数の合計計算
```

```
Total1 = 0
```

```
For i = 2 To j + 1
```

```
Total1 = Total1 + Cells(i, 7).Value
```

```
Next i
```

```
' 年度 Y における出荷年度 M 別の存在台数の合計計算
```

```
Total = 0
```

```
For i = 2 To j + 1
```

```
Total = Total + Cells(i, 11).Value
```

```
Next i
```

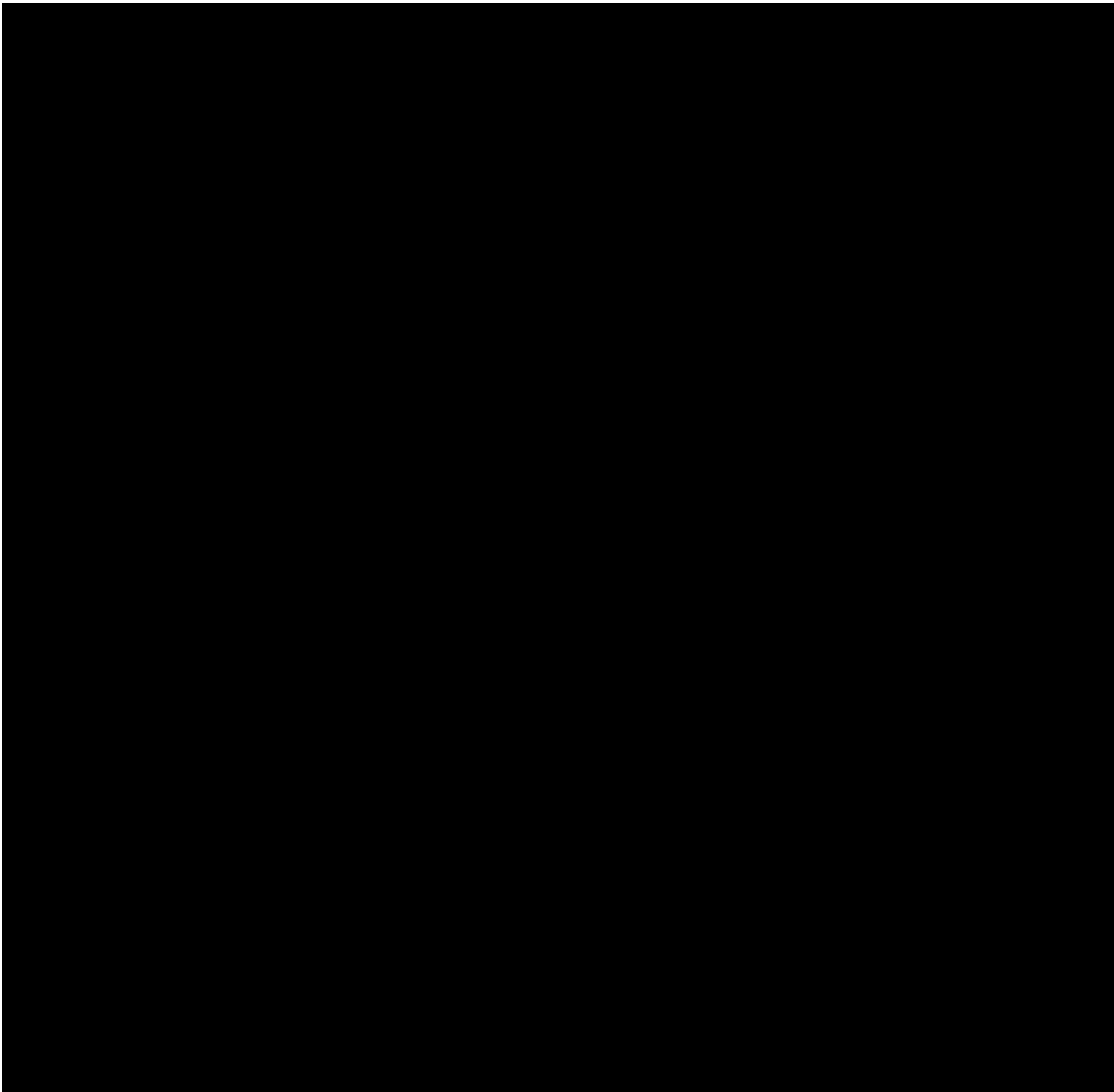
```
' 年度 Y における廃棄台数と存在台数の表示
```

```
Cells(j + 1, 8).Value = Total1  
Cells(j + 1, 12).Value = Total  
Cells(j + 1, 9).Value = j          jの確認
```

```
Next j  
End Sub
```

APPENDIX 2

表 1 Population balance model (Excel) とシステムダイナミクス (STELLA/ithink) によるエアコン存在台数の比較



APPENDIX 3

パイプダイアグラムのプログラム

オープン(t) = オープン(t - dt) + (流入 - oven からの流出) * dt

初期値 オープン = 0

クック時間 = 0.999

容量 = ∞

充填時間 = 0.001

インフロー:

流入 = グラフ(TIME)

アウトフロー:

oven からの流出 = クック時間の後のオープンの内容、または 0

寿命分布リザーバ[年度別初期値](t) = 寿命分布リザーバ[年度別初期値](t - dt) + (寿命分布[年度別初期値] - 時間遅れ寿命分布[年度別初期値]) * dt

初期値 寿命分布リザーバ[年度別初期値] = 0

インフロー:

寿命分布[年度別初期値] = グラフ(TIME)

アウトフロー:

時間遅れ寿命分布[1] = 時間遅れ関数[1]

.....途中省略.....

時間遅れ寿命分布[25] = 時間遅れ関数[25]

年度毎の残存量[年度別初期値](t) = 年度毎の残存量[年度別初期値](t - dt) + (分離リザーバ流入[年度別初期値] - 寿命分布を伴う排出[年度別初期値]) * dt

初期値 年度毎の残存量[年度別初期値] = 0

インフロー:

分離リザーバ流入[1] = IF(TIME>0 AND TIME<=1) then oven からの流出/2 else 0

.....途中省略.....

分離リザーバ流入[25] = IF(TIME>24 AND TIME<=25) then oven からの流出/2 else 0

アウトフロー:

寿命分布を伴う排出[1] = 毎年の初期値[1]*時間遅れ寿命分布[1]

.....途中省略.....

寿命分布を伴う排出[25] = 毎年の初期値[25]*時間遅れ寿命分布[25]

分離リザーバ(t) = 分離リザーバ(t - dt) + (oven からの流出 - 分離リザーバ流入[年度別初期値] - 分離リザーバ流入[1] - 分離リザーバ流入[2]

.....途中省略.....

- 分離リザーバ流入_2[25]) * dt

初期値 分離リザーバ = 0

インフロー:

oven からの流出 = クック時間の後のオープンの内容、または 0

アウトフロー:

分離リザーバ流入[1] = IF(TIME>0 AND TIME<=1) then oven からの流出/2 else 0

.....途中省略.....

分離リザーバ流入_2[25] = IF(TIME>24 AND TIME<=25) then oven からの流出/2 else 0

毎年の初期値[年度別初期値](t) = 毎年の初期値[年度別初期値](t - dt) + (分離リザーバ流入_2[年度別初期値]) * dt

初期値 毎年の初期値[年度別初期値] = 0

インフロー:

分離リザーバ流入_2[1] = IF(TIME>=0 AND TIME<1) then oven からの流出/2 else 0

.....途中省略.....

分離リザーバ流入_2[25] = IF(TIME>24 AND TIME<=25) then oven からの流出/2 else 0

時間遅れ関数[1] = DELAY(寿命分布[1],0)

.....途中省略.....

時間遅れ関数[25] = DELAY(寿命分布[25],24)

年度ごとの残存量合計 = ARRAYSUM(年度毎の残存量[*])*2

年度毎の排出合計 = ARRAYSUM(寿命分布を伴う排出[*])*2