

内部統制モデルの SD 展開

講演論文

System Dynamics Application to Internal Control of the Firm

小林秀徳 (Kobayashi, Hidenori)

中央大学総合政策学部

kobaken0@fps.chuo-u.ac.jp

Abstract : I present here a system dynamics model to demonstrate indispensability of internal control in the firm. Not only can the model help them recognize the necessity, but also it should be utilized for the design of internal control system in reality. I also present a prototype model of the practical application in the last section of this paper as a possible alternative to achieve the objective of these requirement.

キーワード : 資本 設備 計画 投資 恐慌 潜在価格 切り捨て水準

要旨 : 実際にシステムダイナミクス・モデルを作成しシミュレーションを行うことにより、企業に於ける内部統制の内的必要性を示す。それは単に必要性の認識に止まることなく、実践的な内部統制のシステム的设计に役立てられなければならない。その可能性を最終節におけるプロトタイプ of the 呈示によって示す。この実践的提案とシステムダイナミクスのモデリング&シミュレーションによって新しい地平が拓かれる。

1. 企業モデル

1.1 因果ループ

次の因果ループによって企業モデルを説明しよう。

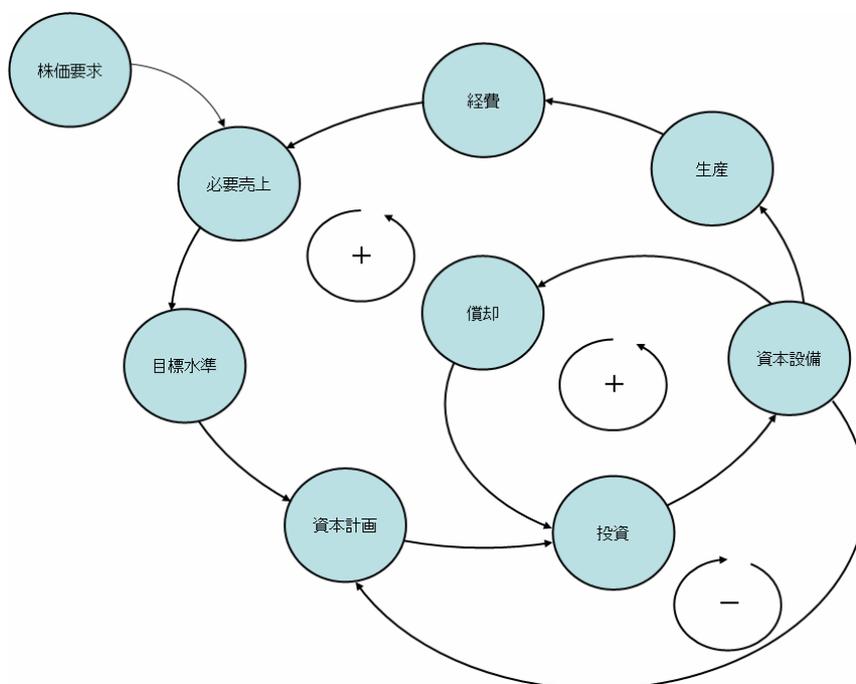


図1 フロウダイアグラム

企業は財・サービスの生産を行う実体であるが、生産には各種の経費が発生する。製造費、販売費、一般管理費等である。これらは生産が増大するにつれて増加する。経費の支払は売上をもって充当しなければならないか

ら、稼ぐべき必要売上は経費の増加に伴って増大する。必要売上を満たすために必要な資本設備の総額を目標水準と定め、現有の資本設備との差額を投資によって補うべく資本計画がなされる。資本計画は遅れを経て投資となって資本設備に付け加わる。資本設備はまた時間とともに償却されるが、実態的資本維持のためにはその分の更新投資が必要となる。企業はまた利益を目的とする実体であり、この目的は端的に株価に対する株主の要求として、必要売上を上方にシフトさせる。

株主の要求を満たし、必要売上を稼ぐ生産の継続的維持のために資本設備の水準を決定する上では、少なくとも次の3つのループが重要な働きをなす。

第1のループ：資本設備→生産→経費→必要売上→目標水準→資本計画→投資→資本設備

第2のループ：資本設備→資本計画→投資→資本設備

第3のループ：資本設備→償却→投資→資本設備

第1と第3のループはポジティブ・フィードバックを、第2のループはネガティブ・フィードバックを構成する。この3重の正負のフィードバックによっていかなるダイナミック・ビヘイヴィアが生み出されるかを、システムダイナミクス・モデリング&シミュレーションによって検討するのがここでの課題である。この検討の結果から、企業意思決定の不可欠の要素として内部統制の必要性を導き出すことができる。

1. 2 フロウダイアグラム

前項の因果ループを基にシステムダイナミクス・モデルを作成するため次図のようなフロウダイアグラムを描く。

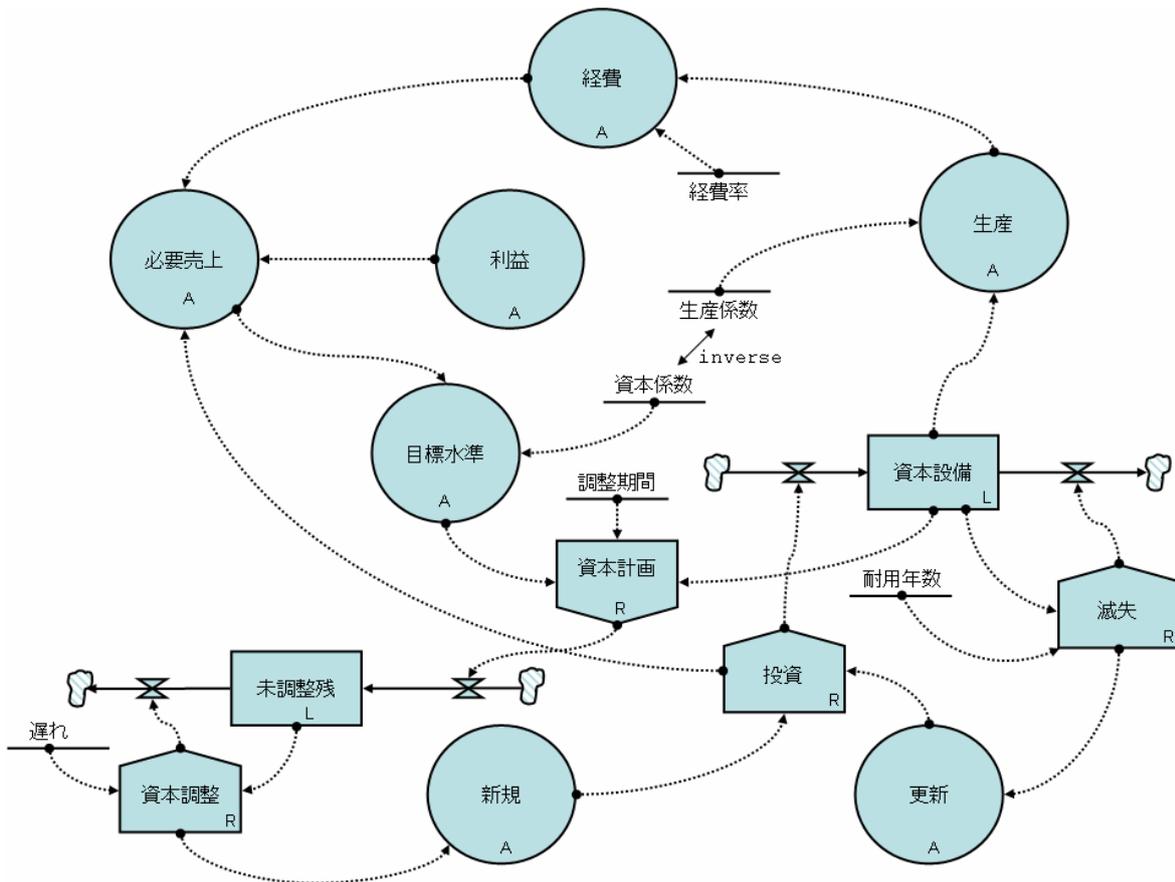


図2 フロウダイアグラム

フロウダイアグラムの中央右寄りに資本設備の水準が描かれている。インフローは投資であり、アウトフローは減失である。減失は投資の一次の指数遅れになり、平均遅れは耐用年数である。減失と同額の更新が投資に付け加えられて、資本設備は維持されて行く。資本設備を用いて生産がなされる。生産には経費がかかる。この経費と

投資を賄い、株主の要求に応える利益を達成するために必要売上が計算される。必要売上が満たすための資本設備の目標水準が設定され、これと資本設備との差額が新たな資本計画となる。資本計画は遅れを経て資本調整となつて実現し、新規として投資に付け加えられる。目標水準を得て資本計画を立てるまでに要するインフォメーション・ディレイを調整期間、資本計画が実現するまでのマテリアル・ディレイを遅れと呼ぶ。1単位の生産を上げるのに必要な資本設備のレベルを資本係数と呼び、1単位の資本設備によって産出される生産のフローを生産係数と呼ぶ。したがって資本係数と生産係数とは互いに逆数の関係にある。経費は生産に比例するものとし、比例定数を経費率と呼ぶ。

1. 3 方程式

前項のフローダイアグラムに基づいて、以下のような方程式を与える。

① 生産関数

生産関数は比例式で表されるものとする。したがって規模に関して収穫一定である。資源制約はフローダイアグラムに見える通り資本設備のみである。すなわち生産を Y 、資本設備を K 、生産係数を a として以下の方程式を得る。

$$Y = aK$$

② 資本設備

資本設備 (K) は投資 (I) をインフローとし、減失 (W) をアウトフローとするストックであり、 $D = d/dt$ を微分演算子として次の方程式で与えられる。

$$DK = (I - W)$$

③ 投資

投資 (I) は新規 (N) と更新の和である。更新投資は減失 (W) と同額とする。

$$I = N + W$$

④ 減失

減失 (W) は投資 (I) の一次の指数遅れである。平均遅れを耐用年数 (T_1) とする。

$$W = K / T_1$$

⑤ 新規

新規 (N) は資本調整と同額である。資本調整は資本計画 (P) の一次の指数遅れである。平均遅れを遅れ (T_2) とする。

$$DN = (P - N) / T_2$$

⑥ 資本計画

資本計画 (P) は目標水準 (M) と資本設備 (K) とのギャップを埋める調整としてなされる。平均遅れを調整期間 (T_3) とする。

$$P = (M - K) / T_3$$

⑦ 目標水準

目標水準 (M) は必要売上 (R) に比例する。比例定数は資本係数 (v) である。

$$M = vR$$

⑧ 必要売上

必要売上 (R) は経費 (C) と投資 (I) と利益 (π) の和である。

$$R = C + I + \pi$$

⑨ 経費

経費 (C) は生産 (Y) に比例する。比例定数は経費率 (c) である。

$$C = cY$$

以上で、利益を除くすべての変数に方程式が与えられた。

利益 (π) は外生変数として、例えば次のようなダイナモ方程式が与えられる： $\pi = \pi_0 + \text{STEP}(d, T_4)$.
ここで π_0 は利益の初期値、 d は利益の増分、 T_4 は利益増が起こるタイミングを表す。

2. 初期値の設定

SD モデル・アナリシスの次の手続きは、システムが初期においては定常状態にあるものと仮定して、初期値を設定することである。

資本設備の定常水準は目標水準と等しくなっていなければならない。そこに乖離があれば新規投資が計画され資本設備が変動するからである。目標水準は必要売上と資本係数の積で、必要売上は経費と投資と利益の和であるから、定常状態では $\text{資本設備} = (\text{経費} + \text{投資} + \text{利益}) \times \text{資本係数}$ が成り立っていなければならない。

経費は生産と経費率の積だから、 $\text{経費} = \text{経費率} \times \text{資本設備} / \text{資本係数}$ である。定常状態では、投資は更新投資だけとなるはずだから、 $\text{投資} = \text{資本設備} / \text{耐用年数}$ でなければならない。したがって、

$$\text{資本設備} = (\text{経費率} \times \text{資本設備} / \text{資本係数} + \text{資本設備} / \text{耐用年数} + \text{利益}) \times \text{資本係数}$$

となる。これを整理すると、初期において資本設備が満たすべき条件が得られる。すなわち：

$$\text{資本設備} = \text{利益} \times \text{資本係数} / (1 - \text{経費率} - \text{資本係数} / \text{耐用年数})$$

である。これが正の値を取るためには、パラメータの間に次の関係が成り立っていなければならない。

$$\text{資本係数} < \text{耐用年数} \times (1 - \text{経費率}), \quad \text{利益} > 0$$

この条件は、パラメータのいろいろな値に対するシステム変動をシミュレーションによって見るという立場からは必ずしも重要ではないが、前もって知っておいて損はないものである。

3. 基本ケースのシミュレーション

以上の方程式をダイナモ方程式に書いてシミュレーションを行うと以下の結果を得る。

基本ケースでは、 $\text{資本係数} = 1.25$ 、 $\text{調整期間} = 0.75$ 、 $\text{遅れ} = 0.5$ 、 $\text{耐用年数} = 7$ 、 $\text{経費率} = 0.75$ とした。また外生変数は $\text{利益} = 25 + \text{STEP}(5, 5)$ で、初期における株主の要求利益 25 が5年経過後 30 にアップするものとしている。

スペックは、 $\text{DT} = 0.25$ 、 $\text{LENGTH} = 20$ 、 $\text{PLTPER} = 0.25$ である。

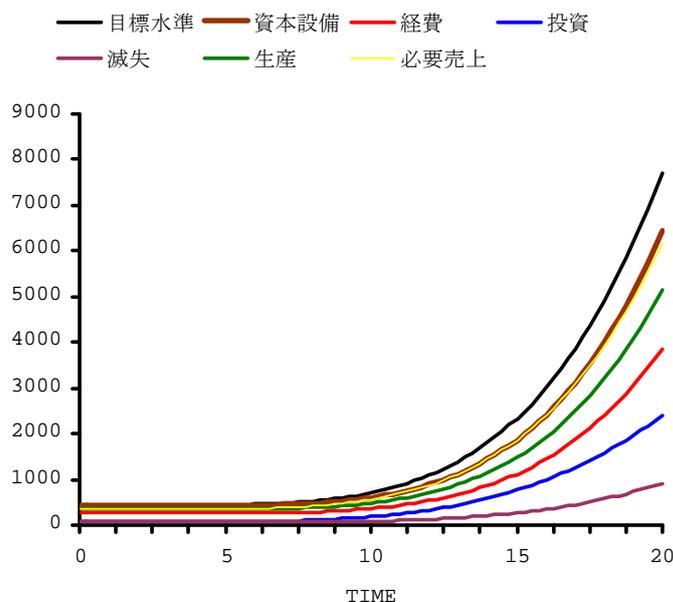


図3 基本ケースのシミュレーション結果 1

与えられた利益の初期値 (25) に従って、資本設備は最初の5年間は定常水準にあり、他の変数もすべてフラットにのま推移しているが、時点5を過ぎると、株主の利益要求がステップアップすることにより、システムは定常を離れて、独自の成長を開始する。まず必要売上が増加し、それにしたがって目標水準が上方修正され、新規投資が計画され、遅れを経て資本設備が増大する。この資本設備を増大させる投資がさらに必要売上を増大させ、目標水準の上方修正が連続して起こる。このポジティブ・フィードバックの働きにより、企業は規模を継続的に拡大して行くのである。

このような長期に亘る成長を達成する企業の株価は、たとえ株主に対する配当を5年経過時の水準 (30) に据え置いたとしても、キャピタルゲインを求める投資家の行動により、いやが上にも高まることであろう。15年間も成長を続ける優良企業の株価は、いくら高くても高すぎることはないと思われ、投資家達は判断するだろう。

ところが、同じパラメータと初期値に対して、スペックの LENGTH だけを20から35に変更してやると、次の結果を得る。

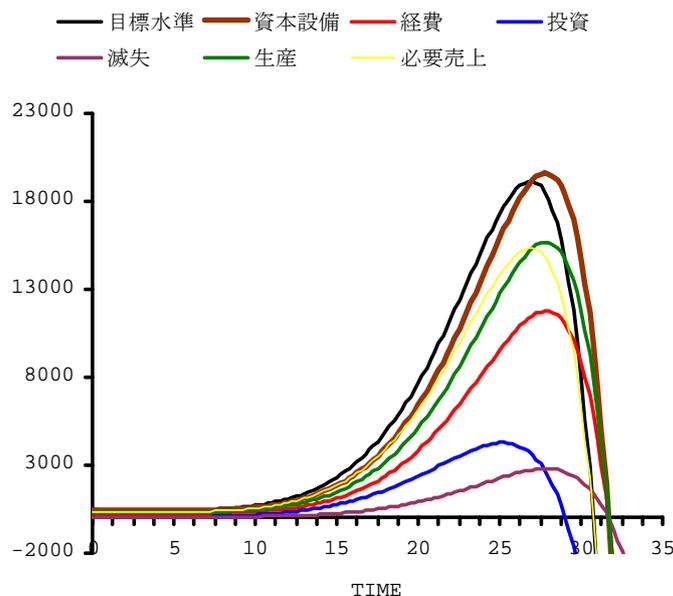


図4 基本ケースのシミュレーション結果2

この企業の規模の成長は27年目で頭打ちとなり、その後は、そこで新たな定常水準に止まるのではなく、急速な収縮軌道に乗る。32年目で資本設備はゼロとなって破産するのである。

おおかたの株主の予想は、図3の成長がどこまでも続くだろうというものであり、おおかたのエコノミストの予想はどこかで頭打ちになり後は高原に止まり続けるだろう（新しい定常水準を見いだす）というものであり、いずれも間違っていることには変わりはない。ひとりシステムダイナミクスだけが図4のような予想をするのであり、この手法が、投資家からも証券会社からも嫌われる理由はそこにあると言わなければならない。図4の予想を見て5年後、10年後にこの企業の株を買う人がいるだろうか。正しく27年後に頭を打つ時までこの株を持ち続けるには相当の勇気が要る。

株主や証券会社のことはさておきとして、問題はこの企業の経営者である。このシミュレーション結果を前にして、経営者のなすべきことは何であろうか。システムダイナミクスの真骨頂は、実は、ここからスタートするのである。

本公演の目的は、ここを出発点にして「内部統制」の内部的必要性を示すことである。それはトランスペアレンシとか、コンプライアンスとか、といった外部からの社会的要求とは無関係に、まさに経営者の本来的役割において、達成しなければならない基本命題＝会社をつぶさない＝に関わることがらである。

それは以下のようにして達成される。

4. 方程式の修正

1-3で述べたような方程式の書き方をすると多くの経営者には気づかれないかも知れないが、⑥の資本計画はダイナモ方程式で書くと次のようになる。

$$R \quad \text{資本計画} \cdot KL = (\text{目標水準} \cdot K - \text{資本設備} \cdot K) / \text{調整期間}$$

これは目標水準と資本設備とのギャップを一定の調整期間で埋めようとする「調整的意思決定の方程式」で、理論経済学で言う「乗数加速度モデル」では本質的な役割を担うものである。しかし、賢明な経営者なら、これだと資本計画が過剰になされるのではないかという危惧を抱くはずである。

正しくは次のようになすべきだろう。

$$R \quad \text{資本計画} \cdot KL = (\text{目標水準} \cdot K - \text{資本設備} \cdot K - \text{未調整残} \cdot K) / \text{調整期間}$$

目標水準マイナス資本設備のギャップには、すでに計画済みであって未だ実現していない計画中の投資が含まれている。この分を未調整残として更に減じてやらなければ、計画は遅れを経由している間に、二重にも三重にも膨らんでしまう。

ここで未調整残は次の式で与えられる。

$$L \quad \text{未調整残} \cdot K = \text{未調整残} \cdot J + DT \times (\text{資本計画} \cdot JK - \text{資本調整} \cdot J)$$

A 資本調整. $K = \text{未調整残} \cdot K / \text{遅れ}$

A 新規. $K = \text{資本調整} \cdot K$

すなわち新規投資は資本調整と同額であり、資本調整は資本計画の一次の指数遅れである。未調整残には資本計画が流れ込み、そこから資本調整となって（新規投資となって）流れ出す、まさに未調整残のストックなのである。

この修正を施したモデルを、前と同じパラメータの値に対してシミュレーションしてみると、次の結果が得られる。

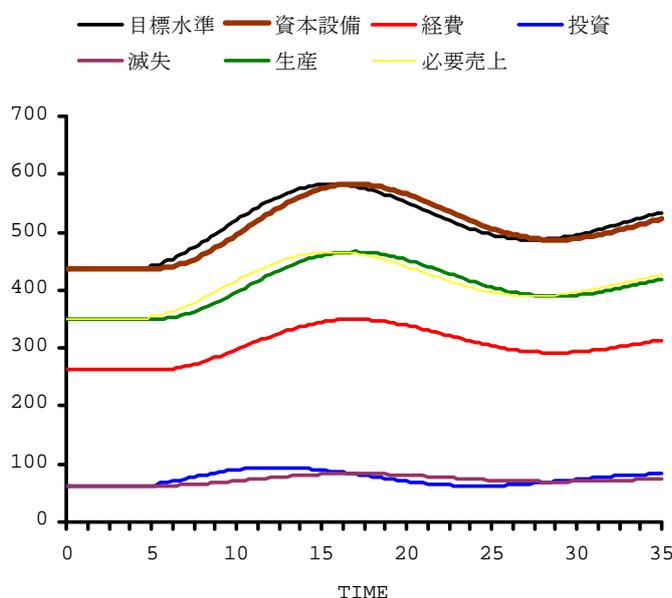


図5 修正モデルのシミュレーション結果

前と同様に最初の5年間は定常水準にあるが、利益要求が高まった時点から上方修正が始まり、新しい定常水準へ向けて緩やかに上下の変動を繰り返して行く。生産規模は350の定常水準から400の定常水準へと移行する。

これであれば、規模の成長はシステムが構造的に持っているポジティブ・フィードバック（行け行けドンドン）の結果ではなく、経営意思決定の本来の成長戦略を導入してシミュレーションで成否を検討することが可能な、企業モデルを手にしたことになる。

なぜ基本ケースに見るような、恐慌状態を予想させるモデルになってしまうかという点、これが自由競争の資本主義的投資プロセスを表現するモデルだからである。

計画経済とは異なり、投資計画が投資家の自由裁量に任されている経済においては、1企業の認識した資本ギャップがいかほどの投資計画になるかを、他の企業は知らないことが前提になっている。これは市場経済モデルとしては間違っていないのである。上で見たような資本計画方程式の変更を経済全体に強制するためには、権力による投資のコントロールを可能とするようなシステムの変更（＝革命）が要るのである。

企業の内部モデルにおいても、企業自体が大規模になるにつれて、個々の事業部が自らの裁量によって事業部の設備投資を計画するようになる。このとき、市場メカニズムを導入して効率化を図ろうと、企業内に競争性を導入すると、基本ケースで見た恐慌の発生を未然に防ぐ手立てがなくなる。

そこでシステムを整備することによって、全社的な資本計画方程式の修正がなされなければならない。この整備されたシステムを「内部統制」と呼ぶのである。その内的必要性は以上のシミュレーションによって端的に示されているだろう。

5. 内部統制システム

内部統制システムは次のようなプロトタイプによって示されよう。

現実に資本計画を立てようとするとき、トップの計画部局が独占的に計画を決めて個々の部局に強権的に指令するという方式がとられるなら、内部統制は要らない。強制力（権力）を発揮すれば足りるからである。

企業内部の各部局が手許にある情報を用いて、その守備範囲にある資本設備を改善し、より大きな利益の実現

を図るようなシステムで、個々の計画を全社的資本計画へと統合する工夫が、ここに言う内部統制である。
 全社的な利益を資源制約の下で最大化する問題が次のようなものである場合を考えよう。

$$\begin{aligned} & \text{Maximize} && z=f(x, y) \\ & \text{subject to} && g_i(x, y) \leq b_i \quad \text{for } i=1, \dots, m \\ & && x \geq 0, y \geq 0. \end{aligned}$$

ここで z は利益、 x は経費ベクトル、 y は投資ベクトル、 $g_i(x, y)$ は (x, y) に対応する第 i 資源の使用量、 b_i はその使用可能上限である。

n 個の代替案 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ が手許にあるものとしよう。これらのうち少なくとも 1 個は資源制約および非負制約をすべて満たしているものとする。

すべての (x_k, y_k) に対して $z_k=f(x_k, y_k)$ および $a_{ik}=g_i(x_k, y_k)-b_i$ for $i=1, \dots, m$ が見積もられたとしよう。すなわち、各代替案がもたらす利益の値を z_k for $k=1, \dots, n$ とし、 m 個の資源制約について各代替案が犯す第 i 資源の超過使用量を a_{ik} for $i=1, \dots, m, k=1, \dots, n$, とするのである。

このとき、 n 個のウェイト変数 $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ を導入して、次のような最大化問題を拵える。

$$\begin{aligned} & \text{Maximize} && \zeta_n = z_1 \omega_1 + z_2 \omega_2 + \dots + z_n \omega_n \\ & \text{subject to} && a_{11} \omega_1 + a_{12} \omega_2 + \dots + a_{1n} \omega_n \leq 0 \\ & && a_{21} \omega_1 + a_{22} \omega_2 + \dots + a_{2n} \omega_n \leq 0 \\ & && \vdots \\ & && a_{m1} \omega_1 + a_{m2} \omega_2 + \dots + a_{mn} \omega_n \leq 0 \\ & && \omega_1 + \omega_2 + \dots + \omega_n = 1 \\ & && \omega_1 \geq 0, \omega_2 \geq 0, \dots, \omega_n \geq 0. \end{aligned}$$

この問題の最適解 $(\omega_1^*, \omega_2^*, \dots, \omega_n^*)$ に対して

$$x^* = x_1 \omega_1^* + x_2 \omega_2^* + \dots + x_n \omega_n^*, y^* = y_1 \omega_1^* + y_2 \omega_2^* + \dots + y_n \omega_n^*$$

と置いてやると、新代替案 (x^*, y^*) について得られる利益関数の値： $z^*=f(x^*, y^*)$ と資源使用量は次の不等式を満足する。

$$z^* \geq \zeta_n^* = z_1 \omega_1^* + z_2 \omega_2^* + \dots + z_n \omega_n^*, \quad g_i(x^*, y^*) \leq b_i \quad \text{for all } i=1, \dots, m.$$

これが満たされるためには、利益関数 $z=f(x, y)$ が凹関数であり、実行可能領域が凸集合であることを仮定するだけで十分である。

このとき、双対定理により、 $m+1$ 個の双対変数 $u_1, u_2, \dots, u_m, \mu_n$ による次の最小化問題も解をもつことが示される。

$$\begin{aligned} & \text{Minimize} && \mu_n \\ & \text{subject to} && a_{11} u_1 + a_{21} u_2 + \dots + a_{m1} u_m + \mu_n \geq z_1 \\ & && a_{12} u_1 + a_{22} u_2 + \dots + a_{m2} u_m + \mu_n \geq z_2 \\ & && \vdots \\ & && a_{1n} u_1 + a_{2n} u_2 + \dots + a_{mn} u_m + \mu_n \geq z_n \\ & && u_1 \geq 0, u_2 \geq 0, \dots, u_m \geq 0, \quad \mu_n \text{ は負でも良い。} \end{aligned}$$

この双対問題の最適解を $u_1^*, u_2^*, \dots, u_m^*, \mu_n^*$ とすれば、 $\mu_n^* = \zeta_n^*$ が成り立つ。

ここで新しい代替案 (x_{n+1}, y_{n+1}) の探索を実施する。

この探索は資源制約に拘ることなく広い範囲で実施されるべきものであるが、その代替案がもたらす予想利益 $z_{n+1}=f(x_{n+1}, y_{n+1})$, および資源の超過使用量 $a_{in+1}=g_i(x_{n+1}, y_{n+1})-b_i$ for $i=1, \dots, m$ は精確に見積もられなければならない。

この見積もりを基にして次の評価計算を行う：

$$\text{純便益} = z_{n+1} - (a_{1n+1} u_1^* + a_{2n+1} u_2^* + \dots + a_{mn+1} u_m^*).$$

もし、純便益 $> \mu_n^*$ なら、代替案集合 $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)\}$ にこの新しく発見された代替案 (x_{n+1}, y_{n+1}) を付け加える。

新しい $n+1$ 個のデータを用いて次の最大化問題を作る。

$$\begin{aligned} & \text{Maximize} && \zeta_{n+1} = z_1 \omega_1 + z_2 \omega_2 + \dots + z_n \omega_n + z_{n+1} \omega_{n+1} \\ & \text{subject to} && a_{11} \omega_1 + a_{12} \omega_2 + \dots + a_{1n} \omega_n + a_{1n+1} \omega_{n+1} \leq 0 \\ & && a_{21} \omega_1 + a_{22} \omega_2 + \dots + a_{2n} \omega_n + a_{2n+1} \omega_{n+1} \leq 0 \\ & && \vdots \\ & && a_{m1} \omega_1 + a_{m2} \omega_2 + \dots + a_{mn} \omega_n + a_{mn+1} \omega_{n+1} \leq 0 \end{aligned}$$

$$\omega_1 + \omega_2 + \dots + \omega_n + \omega_{n+1} = 1$$

$$\omega_1 \geq 0, \omega_2 \geq 0, \dots, \omega_n \geq 0, \omega_{n+1} \geq 0.$$

この問題の最適解 $(\omega_1^*, \omega_2^*, \dots, \omega_n^*, \omega_{n+1}^*)$ による目的関数の値を ζ_{n+1}^* とすると、

$$\zeta_{n+1}^* = z_1 \omega_1^* + z_2 \omega_2^* + \dots + z_{n+1} \omega_{n+1}^*$$

は、必ず、不等式：

$$\zeta_{n+1}^* \geq \zeta_n^*$$

を満足する。

なんとなれば、 $z_{n+1} - (a_{1n+1} u_1^* + a_{2n+1} u_2^* + \dots + a_{mn+1} u_m^*) > \mu_n^*$ なる代替案を加えたことによって、前の双対問題の最適解 $(u_1^*, u_2^*, \dots, u_m^*, \mu_n^*)$ は、新しい双対問題において要求される最適性の条件：

$$a_{1n+1} u_1 + a_{2n+1} u_2 + \dots + a_{mn+1} u_m + \mu_{n+1} \geq z_{n+1}$$

を最早満たすことができず、それ故、これを満たす最小化問題の最適値 μ_{n+1}^* は前の最適値 μ_n^* よりも小さくなるできないからである。すなわち

$$\zeta_{n+1}^* = \mu_{n+1}^* \geq \mu_n^* = \zeta_n^*$$

が成立する。

さらに $x^* = x_1 \omega_1^* + x_2 \omega_2^* + \dots + x_{n+1} \omega_{n+1}^*, y^* = y_1 \omega_1^* + y_2 \omega_2^* + \dots + y_{n+1} \omega_{n+1}^*$ と置いてやると、新代替案 (x^*, y^*) について得られる利益関数の値： $z^* = f(x^*, y^*)$ と資源使用量は次の不等式を満足する。

$$z^* \geq \zeta_{n+1}^*, \quad g_i(x^*, y^*) \leq b_i \quad \text{for } i=1, \dots, m$$

次のステップは、 μ_{n+1}^* と同時に更新されている双対問題の解 $(u_1^*, u_2^*, \dots, u_m^*)$ を用いて、もう一度、新しい代替案 (x_{n+2}, y_{n+2}) の探索と純便益による評価計算を実施することである。

$$z_{n+2} - (a_{1n+2} u_1^* + a_{2n+2} u_2^* + \dots + a_{mn+2} u_m^*) > \mu_{n+1}^*$$

なる代替案が見つけれられたならば、これを加えてウェイト変数 $(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n, \omega_{n+1}, \omega_{n+2})$ に対する最大化問題を解く。これを繰り返すことによって増加数列 $\{\zeta_{n+k}^*\}, k=1, 2, 3, \dots$ を導く。

このアイテレーションは現実的な要請によりどこでストップしても良い。

重要なのは、この方式を採用すれば、いつでも最適性に裏付けられた資源の潜在価格の値 $(u_1^*, u_2^*, \dots, u_m^*)$ と、新代替案の採用/不採用を決定する切り捨て水準の値 μ_{n+1}^* とが常に手許に用意されることである。

すなわち次図に示すような情報の分権化の下で、効率的な内部統制を行うことが現実的に可能となるのである。

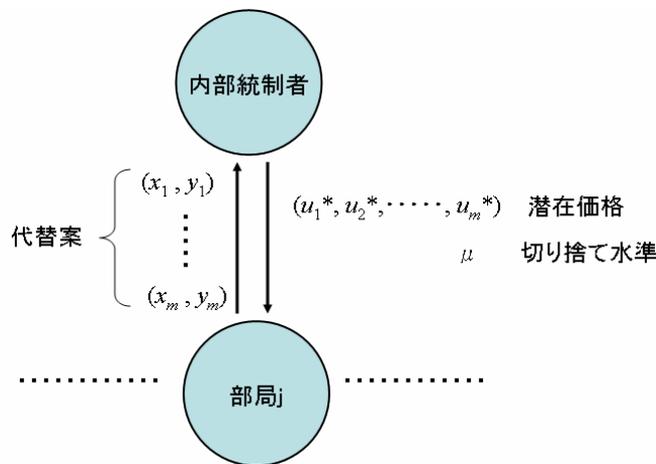


図6 内部統制システムのプロトタイプ

6. おわりに

以上、実際にシステムダイナミクス・モデルを作成しシミュレーションを行うことにより、企業に於ける内部統制の内的必要性を示した。それは単に必要性の認識に止まることなく、実践的な内部統制のシステムの設計に役立てられなければならない。第5節ではその可能性をプロトタイプの呈示によって示した。この内部統制の方式をシステムダイナミクス・モデルへと導入する試みを現在継続中である。

理論的に明らかかなところを出発点として、実践的なシステムの提案へと開発努力を続けることが、システムダイナミクスの本来の使命であると自覚するものとして、以上の考察を示したものである。